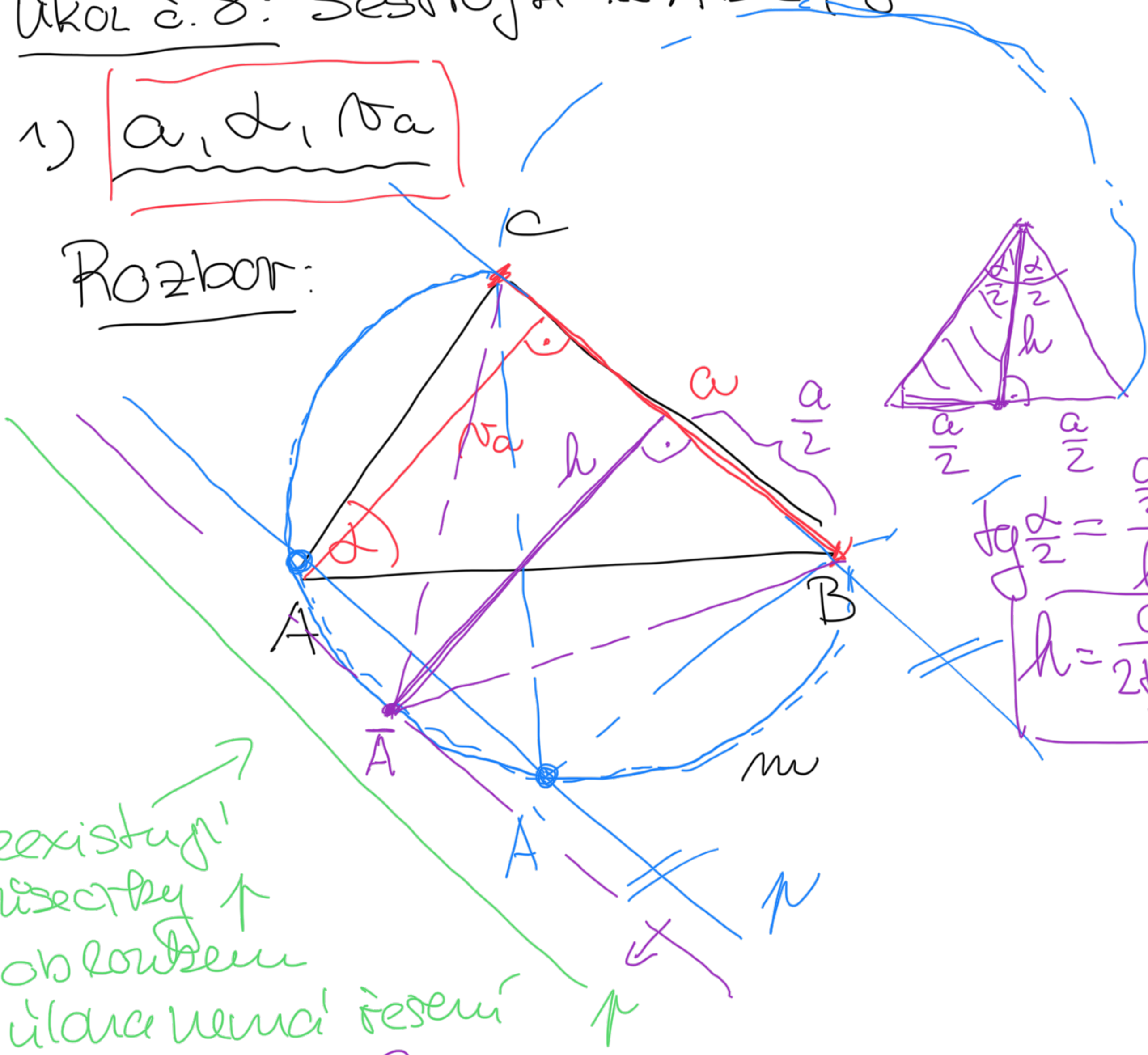
[7UM2, 13.4.2021]

Úkol č. 8: Sestrojte $\triangle ABC$, je-li dáno:

1) $\boxed{a, \alpha, v_a}$

Rozbor:



$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h}$$

$$\boxed{h = \frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}}$$

neexistují průsečíky s obloukem → úloha nemá řešení

tj. pro $v_a > h = \frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$

Postup:

1) Úsečka BC délky a; $|BC| = a$.

2) Oblouk m jako část (polovina) množiny bodů z nichž vidíme úsečku BC pod úhlem α; $m \subset M = \{P; |\sphericalangle BPC| = \alpha\}$.

3) Přímka $p \parallel BC$ ve vzdálenosti v_a,

$$p \parallel \overleftrightarrow{BC} \wedge v(p, \overleftrightarrow{BC}) = v_a .$$

Přímka p leží ve stejné polorovině vzhl. k $\overleftrightarrow{BC}$ jako m.

4) $A \in p \cap m$ $\quad (A' \in p \cap m)$.

5) $\triangle ABC$ $\quad (\triangle A'BC)$.

Diskuse:

$v_a < \dfrac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ ... 2 řešení

$v_a = \dfrac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ ... 1 řešení

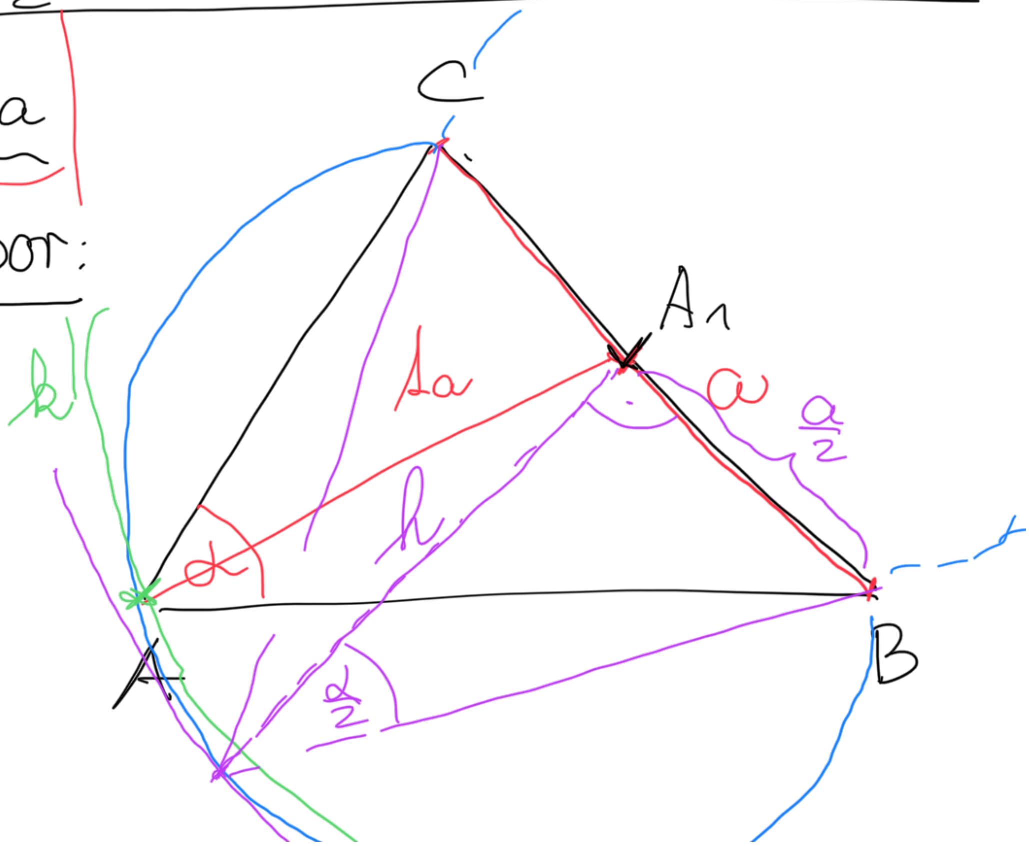
$v_a > \dfrac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ ... nemá řešení

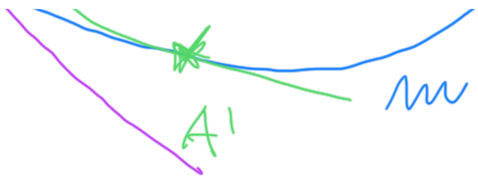
---

2) $\boxed{a, \alpha, t_a}$

Rozbor:

$h = \dfrac{a}{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$





Postup:

1) Úsečka BC délky a; $|BC| = a$
2) Oblouk m jako část množiny bodů, z nichž je BC vidět pod úhlem α; $m \subset M = \{P;\ |\sphericalangle BPC| = \alpha\}$
3) Kružnice $k(A_1, t_a)$, kde A_1 je střed úsečky BC.
4) $A \in k \cap m$ $(A' \in k \cap m)$
5) $\triangle ABC$ $(\triangle A'BC)$

Diskuse:

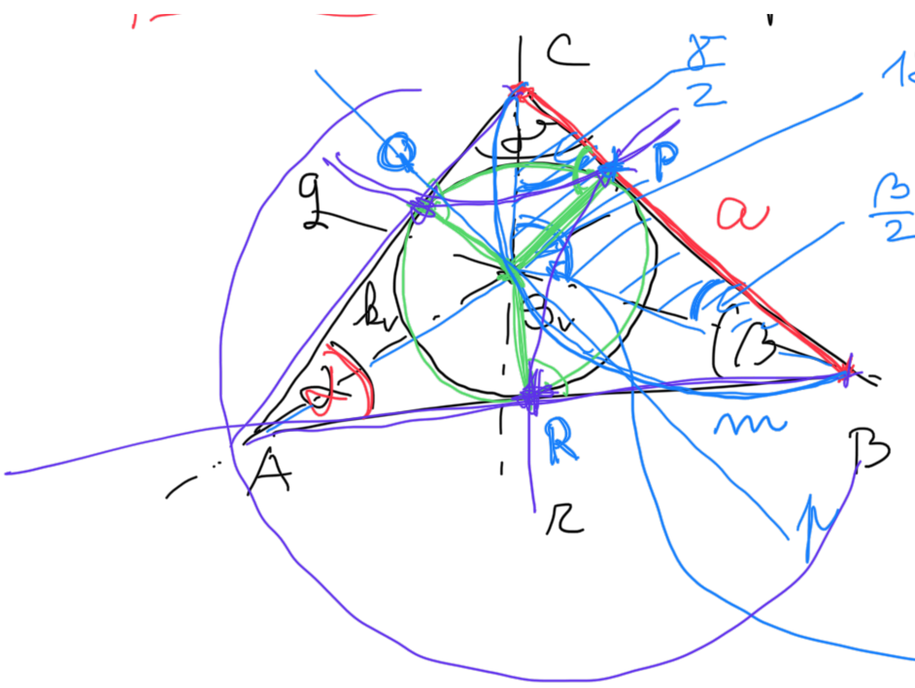
$t_a < \dfrac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$ ... 2 řešení

$t_a = \dfrac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$ ... 1 řešení

$t_a > \dfrac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$ ... nemá řešení

---

3) $\boxed{a, \alpha, \rho}$ (ρ je poloměr kružnice vepsané $\triangle ABC$)



$180° - \frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2} = 180° - \frac{1}{2}(\beta+\gamma)$

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

$\beta + \gamma = 180° - \alpha$

$180° - \frac{1}{2}(\beta+\gamma) =$

$= 180° - \frac{1}{2}(180° - \alpha) =$

$= 180° - 90° + \frac{\alpha}{2} =$

$= 90° + \frac{\alpha}{2}$

Postup:

1) Úsečka BC délky a; $|BC| = a$

2) Oblouk m jako část množiny bodů z nichž je úsečka BC vidět pod úhlem $\delta = 90° + \frac{\alpha}{2}$

3) Přímka p rovnoběžná s $\overleftrightarrow{BC}$ ve vzdálenosti ρ; $p \parallel \overleftrightarrow{BC} \wedge v(p, \overleftrightarrow{BC}) = \rho$.

4) $S_v \in p \cap m$ $(S_v' \in p \cap m)$.

5) Kolmice s bodu S_v na BC s patou P; $P \in BC$, $|\sphericalangle BPS_v| = 90°$.

6) Kružnice k_v (vepsaná $\triangle ABC$); $k_v(S_v, \rho)$

7) Kružnice $q(C, |CP|)$

8) $Q \in q \cap k_v$

9) Kružnice $r(B, |BP|)$

10) $R \in r \cap k_v$

11) Přímky $\overleftrightarrow{CQ}$ a $\overleftrightarrow{BR}$

12) $A \in \overleftrightarrow{CQ} \cap \overleftrightarrow{BR}$

13) $\triangle ABC$

Diskuse:

$\rho < \frac{a}{2\,\mathrm{tg}(45^\circ + \frac{\alpha}{4})}$ ... 2 řešení (2 body S_v)

$\rho = \frac{a}{2\,\mathrm{tg}(45^\circ + \frac{\alpha}{4})}$ ... 1 řešení (1 bod S_v)

$\rho > \frac{a}{2\,\mathrm{tg}(45^\circ + \frac{\alpha}{4})}$ ... nemá řešení

za D.Ú. zkusit upravit.